Semantik und Programmverifikation

Prof. Dr. Christoph Walther / Simon Siegler

Technische Universität Darmstadt — Wintersemester 2008/09

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1 (Konfluente Relationen)

Sei M eine Menge und $\rightarrow \subset M \times M$. Dann heißt die Relation $\rightarrow$ einseitig konfluent gdw.

$$\leftarrow \circ \rightarrow^* \subset \rightarrow^* \circ {}^*\!\leftarrow.$$

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen:

(a) Wenn $\rightarrow$ konfluent, dann ist $\rightarrow$ einseitig-konfluent.

(b) Wenn $\rightarrow$ einseitig-konfluent, dann ist $\rightarrow$ konfluent.

Aufgabe 2.2 (Newmann-Lemma)

Beweisen Sie folgende Aussage (vgl. Satz 1.5.1):

Sei $\rightarrow \subset M \times M$ eine *fundierte* Relation. Dann ist $\rightarrow$ konfluent gdw. $\rightarrow$ lokal konfluent ist.

Aufgabe 2.3 (Noether-Induktion)

Beweisen Sie unter Verwendung Noetherscher Induktion das folgende Substitutionslemma für Terme (vgl. Satz 1.2.1.i):

Sei $\sigma = \{x_i/t_i \,|\, 1 \leq i \leq n\}$ eine Substitution über Σ und $\mathcal{V}$. Dann gilt für alle Terme $r \in \mathcal{T}(\Sigma, \mathcal{V})$ und für alle Σ–Interpretationen (A, a)

$$a(\sigma(r)) = (a\,[x_1/a(t_1), \ldots, x_n/a(t_n)])(r).$$

Zur Erinnerung: Dabei bezeichne $a[x_1/c_1, \ldots, x_n/c_n]$ eine A-Variablenbelegung a mit

$$a[x_1/c_1, \ldots, x_n/c_n](x_i) = c_i$$

für alle x_i mit $1 \leq i \leq n$ und c_i Trägerelement von A und

$$a[x_1/c_1, \ldots, x_n/c_n](y) = a(y)$$

sonst (vgl. Def. 1.2.1)