

Semantik und Programmverifikation

Prof. Dr. Christoph Walther / Simon Siegler
Technische Universität Darmstadt — Wintersemester 2008/09

Hausaufgabe 2

Abgabe dieser Übung bis Mittwoch, 26. November, 16.30 Uhr im Sekretariat S202/A310.
(Einwurf in den Kasten)

Hausaufgabe 2.1 (Auswertungskalkül der Basismaschine) (5 Punkte)

Nehmen wir an, der Auswertungskalkül der Basismaschine (vergleiche Definition 2.2.1) wird um die folgenden zwei Ableitungsregeln erweitert:

$$(A) \frac{if_s(b, p_1, p_2)}{if_s(b, p'_1, p_2)}, \text{ falls } p_1 \rightarrow_{BM} p'_1; \quad (B) \frac{if_s(b, p_1, p_2)}{if_s(b, p_1, p'_2)}, \text{ falls } p_2 \rightarrow_{BM} p'_2.$$

Untersuchen Sie die Konsequenzen dieser Erweiterung für \rightarrow_{BM} und \rightarrow_P . Prüfen Sie dabei insbesondere, welche Aussagen aus den Sätzen 2.2.1 und 2.2.2 jetzt nicht mehr gültig sind (argumentativ, ohne formalen Beweis). Welche Auswirkungen besitzt diese Erweiterung auf die Implementierung von $eval_P$ und $eval_{BM}$?

Hausaufgabe 2.2 (Auswertungsrelation für Programme) (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für ein funktionales Programm $P \in \mathcal{FP}$ und zwei Terme $t, r \in \mathcal{T}(\Sigma(P))$ mit $eval_P(t) \neq \infty$ und $t \rightarrow_P^+ r$ die Aussage $|t|_P > |r|_P$ gilt.

Hausaufgabe 2.3 (Auswertungsrelation für Programme) (3 + 1 + 2 = 6 Punkte)

$P \in \mathcal{FP}$ sei ein funktionales Programm, t, t_1, \dots, t_n Terme aus $\mathcal{T}(\Sigma(P))$.

- (a) Zeigen Sie: $|f(t_1, \dots, t_i, \dots, t_n)|_P > |t_i|_P$, falls $eval_P(f(t_1, \dots, t_n)) \neq \infty$ und entweder $f \in \{pred, eq_{nat}\}$ oder ($f = if_s$ und $i = 1$).

Hinweis: Verwenden Sie Aufgabe 3.4 und Satz 2.2.2(iv).

- (b) Unter welcher Voraussetzung gilt die in (a) genannte Behauptung auch für den Fall $f = if_s$ und $i \neq 1$?

- (c) Beweisen Sie: $|succ(t)|_P = |t|_P$