

# Semantik und Programmverifikation

Prof. Dr. Christoph Walther / Simon Siegler  
Technische Universität Darmstadt — Wintersemester 2008/09

## Hausaufgabe 2

---

Abgabe dieser Übung bis Mittwoch, 26. November, 16.30 Uhr im Sekretariat S202/A310.  
(Einwurf in den Kasten)

### Hausaufgabe 2.1 (Auswertungskalkül der Basismaschine) (5 Punkte)

Nehmen wir an, der Auswertungskalkül der Basismaschine (vergleiche Definition 2.2.1) wird um die folgenden zwei Ableitungsregeln erweitert:

$$(A) \frac{if_s(b, p_1, p_2)}{if_s(b, p'_1, p_2)}, \text{ falls } p_1 \rightarrow_{BM} p'_1; \quad (B) \frac{if_s(b, p_1, p_2)}{if_s(b, p_1, p'_2)}, \text{ falls } p_2 \rightarrow_{BM} p'_2.$$

Untersuchen Sie die Konsequenzen dieser Erweiterung für  $\rightarrow_{BM}$  und  $\rightarrow_P$ . Prüfen Sie dabei insbesondere, welche Aussagen aus den Sätzen 2.2.1 und 2.2.2 jetzt nicht mehr gültig sind (argumentativ, ohne formalen Beweis). Welche Auswirkungen besitzt diese Erweiterung auf die Implementierung von  $eval_P$  und  $eval_{BM}$ ?

### Hausaufgabe 2.2 (Auswertungsrelation für Programme) (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für ein funktionales Programm  $P \in \mathcal{FP}$  und zwei Terme  $t, r \in \mathcal{T}(\Sigma(P))$  mit  $eval_P(t) \neq \infty$  und  $t \rightarrow_P^+ r$  die Aussage  $|t|_P > |r|_P$  gilt.

### Hausaufgabe 2.3 (Auswertungsrelation für Programme) (3 + 1 + 2 = 6 Punkte)

$P \in \mathcal{FP}$  sei ein funktionales Programm,  $t, t_1, \dots, t_n$  Terme aus  $\mathcal{T}(\Sigma(P))$ .

- (a) Zeigen Sie:  $|f(t_1, \dots, t_i, \dots, t_n)|_P > |t_i|_P$ , falls  $eval_P(f(t_1, \dots, t_n)) \neq \infty$  und entweder  $f \in \{pred, eq_{nat}\}$  oder ( $f = if_s$  und  $i = 1$ ).

Hinweis: Verwenden Sie Aufgabe 3.4 und Satz 2.2.2(iv).

- (b) Unter welcher Voraussetzung gilt die in (a) genannte Behauptung auch für den Fall  $f = if_s$  und  $i \neq 1$ ?

- (c) Beweisen Sie:  $|succ(t)|_P = |t|_P$