Berechenbarkeitstheorie

Prof. Dr. Christoph Walther / Nathan Wasser
Technische Universität Darmstadt — Sommersemester 2011

Übung 5

Aufgabe 5.1 Entscheidbarkeit

Zeigen Sie mit dem Satz von Rice, dass die folgenden Probleme nicht entscheidbar sind.

1. $M_1 := \{n \in \mathbb{N} \mid \varphi_n = \omega\}$
2. $M_2 := \{n \in \mathbb{N} \mid \varphi_n \text{ ist monoton}\}$
3. $M_3 := \{n \in \mathbb{N} \mid \varphi_n(0) = 0\}$

Aufgabe 5.2 (Semi-Entscheidbarkeit)

1. Zeigen Sie, dass das Problem $M := \left\{\pi^3(i, j, k) \in \mathbb{N} \,\middle|\, \varphi_i = \varphi_j \vee \varphi_i = \varphi_k\right\}$ nicht semi-entscheidbar ist, indem Sie ID auf M reduzieren.
2. Aus der Vorlesung ist bekannt, dass das Totalitätsproblem $TOT = \{i \in \mathbb{N} \mid \forall x \in \mathbb{N}.\ \varphi_i(x) \neq \bot\}$ nicht semi-entscheidbar ist. Zeigen Sie nun, dass auch das Komplement des Totalitätsproblems $\overline{TOT} = \{i \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N}.\ \varphi_i(x) = \bot\}$ nicht semi-entscheidbar ist. Reduzieren Sie dazu das Problem $\overline{S} = \{n \in \mathbb{N} \mid \varphi_n(n) = \bot\}$ auf $\overline{TOT}$.