

# Formale Grundlagen der Informatik 3

Prof. Dr. Christoph Walther / Visar Januzaj, Nathan Wasser  
Technische Universität Darmstadt — Wintersemester 2011/12

## Übung 3

---

Version 1 vom 28.11.2011

### Aufgabe 3.1 (Matching)

Bestimmen Sie den jeweils minimalen Matcher für die folgenden Matchingprobleme, falls ein Matcher existiert. Geben Sie dazu jeweils eine Herleitung im Matchingkalkül an, aus der dieser Matcher hervorgeht. Existiert kein Matcher, dann geben Sie alle Herleitungen an. Geben Sie in jedem Schritt die verwendete Regel an.

- (a) Pattern:  $t_{(a)} = f(x, y)$ , Target:  $q_{(a)} = f(g(a), g(a))$
- (b) Pattern:  $t_{(b)} = f(x, x)$ , Target:  $q_{(b)} = f(g(a), g(b))$
- (c) Pattern:  $t_{(c)} = f(x, g(x))$ , Target:  $q_{(c)} = f(a, g(a))$
- (d) Pattern:  $t_{(d)} = h(x, y, f(x, y))$ , Target:  $q_{(d)} = h(f(a, b), c, f(f(a, b), c))$
- (e) Pattern:  $t_{(e)} = h(x, y, f(x, y))$ , Target:  $q_{(e)} = h(b, c, f(g(b), c))$

### Aufgabe 3.2 (Berechnungskalkül)

Betrachten Sie das Programm  $P$  mit folgenden Prozedurdefinitionen:

```
function plus(x, y : ℕ) : ℕ <=  
if ?0(y)  
  then x  
  else +(plus(x, -(y)))  
end_if
```

```
function times(x, y : ℕ) : ℕ <=  
if ?0(y)  
  then 0  
  else plus(x, times(x, -(y)))  
end_if
```

Bestimmen Sie die folgenden Werte. Geben Sie dazu jeweils eine Herleitung im Berechnungskalkül an. Geben Sie dabei in jedem Schritt die verwendeten Regeln an.

- (a)  $eval_P(\text{plus}(+(+(0)), +(+(0))))$
- (b)  $eval_P(\text{times}(+(+(0)), +(0)))$
- (c)  $eval_P(\text{times}(+(+(0)), +(+(0))))$

**Aufgabe 3.3** (Partiell Definierte Prozeduren)

Geben Sie Prozeduren zur Berechnung der folgenden Funktionen an. Geben Sie zu diesen Prozeduren jeweils die Exception Guard an.

(a)

$$\text{half}(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & , \text{ falls } x \text{ gerade} \\ \text{unbestimmt} & , \text{ sonst} \end{cases}$$

(b)

$$\text{even}(x) = \begin{cases} \text{true} & , \text{ falls } x \text{ gerade} \\ \text{false} & , \text{ sonst} \end{cases}$$

(c)

$$\text{average}(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{2} & , \text{ falls } x + y \text{ gerade} \\ \text{unbestimmt} & , \text{ sonst} \end{cases}$$

**Aufgabe 3.4** (Normalisierung)

Beweisen Sie folgende Aussage: Für jedes Programm  $P$  und alle Grundterme  $a, b, c, d, e \in \mathcal{G}(P)$  mit  $\text{eval}_P(a) \in \mathcal{C}(P)$  gibt es einen Grundterm  $t \in \mathcal{G}(P)$ , so dass

$$\text{if}\{\text{if}\{a, b, c\}, d, e\} \Rightarrow_P^* t \text{ und } \text{if}\{a, \text{if}\{b, d, e\}, \text{if}\{c, d, e\}\} \Rightarrow_P^* t.$$