Formale Grundlagen der Informatik 3

Prof. Dr. Christoph Walther / Visar Januzaj, Nathan Wasser

Technische Universität Darmstadt — Wintersemester 2011/12

Hausübung 4 - Teil 2

Geben Sie die handschriftliche Lösung für diese Übung **bis spätestens 06. Februar 2012, 12:00 Uhr** in S2|02/A312 ab. Heften Sie Ihre Blätter **oben links** zusammen und versehen Sie alle Blätter **gut lesbar** mit Ihren Namen und Ihren Matrikel-Nummern sowie dem Namen Ihres Tutors. Es können **maximal vier** Übungsteilnehmer eine gemeinsam erarbeitete Lösung einreichen.

Lesen Sie vor dem Anfertigen einer Lösung die Aufgaben gründlich durch. Verwenden Sie Definitionen und Notationen wie im Rahmen dieser Veranstaltung vorgestellt. Für Fragen bezüglich dieser Übung können Sie das Forum zur Veranstaltung sowie die Sprechstunden der Tutoren nutzen.

Der Fachbereich Informatik misst der Einhaltung der Grundregeln der wissenschaftlichen Ethik großen Wert bei. Zu diesen gehört auch die strikte Verfolgung von Plagiarismus. Mit der Abgabe einer Lösung bestätigen Sie, dass Sie die alleinigem Autoren des gesamten Materials sind. Bei Unklarheiten zu diesem Thema finden Sie weiterführende Informationen unter `http://www.informatik.tu-darmstadt.de/Plagiarism` oder sprechen Sie Ihren Betreuer an.

Bemerkung: Am 03. Februar 2012 ist unser Büro (S2|02/A312) geschlossen.

Aufgabe 4.3 (Induktion) (20 Punkte)

Betrachten Sie das folgende $\mathcal{L}$-Programm P ($\mathbb{N}$ und `bool` sind wie im √eriFun-System definiert):

```
structure list[@I] <=
  ∅, [infixr] ::(hd : @I, tl : list[@I])

function append(k, l : list[@I]) : list[@I] <=
if ?∅(k)
  then l
  else hd(k) :: append(tl(k), l)
end_if

function isPrefix(x, y : list[@I]) : bool <=
if ?∅(x)
  then true
  else if ?∅(y)
          then false
          else if hd(x) = hd(y)
                 then isPrefix(tl(x), tl(y))
                 else false
               end_if
       end_if
end_if

lemma h4.3 <= ∀ k, l : list[@I]
  isPrefix(k, append(k, l))
```

(a) Geben Sie die Axiome $AX_{\texttt{append}}, AX_{\texttt{isPrefix}}$ und $AX_{\texttt{h4.3}}$ an.

(b) Bilden Sie die Induktionsformeln in Form von HPL-Sequenzen für den Rumpf b des Lemmas `h4.3` und die Relation $\{\langle\{?\emptyset(k)\}, \emptyset\rangle, \langle\{?{:}{:}(k)\}, \{\{k/\texttt{tl}(k)\}\}\rangle\}$.

(c) Beweisen Sie die Induktionsformeln $\mathcal{I}_i$, zeigen Sie also für jede Sequenz $seq_{\mathcal{I}_i} = \langle H_i, IH_i \Vdash b \rangle$:

$$AX_P \cup \mathcal{E}_P \models$$

$$\forall\, k, l : \texttt{list[@I]} \left(\bigwedge_{h \in H_i} h \equiv \texttt{true} \wedge \bigwedge_{(\forall\, l:\texttt{list[@I]}\ ih) \in IH_i} \forall\, l : \texttt{list[@I]}\ ih \equiv \texttt{true} \right) \to b \equiv \texttt{true}$$

Geben Sie in jedem Schritt die verwendete Gleichung an. Für Axiome der Datentypen verwenden Sie die Bezeichnungen (1)(a) bis (5)(a) wie auf Folie 3, Kapitel 9, angegeben.

(d) Warum erscheint eine Induktion über die Variable `l` wenig aussichtsreich?